



Medienberatung NRW

Back to the Roots

Hans-Jürgen Elschenbroich



Heron



Pythagoras



„Willst du mehr wissen,
so suche morgen aus der
Kiste, die auf unserem
Boden steht, ein Buch;
einer der Euklid hieß,
hats geschrieben,
das wird's dir sagen!“



Euklid

Th. Storm: Der Schimmelreiter



Intention

- ‚Black Box‘ Wurzelziehen aufhellen
- Grundverständnis von Wurzeln aufbauen
- Algorithmus und Konvergenz visualisieren
- Algebra & Geometrie vernetzen
- Funktionale Aspekte durch Dynamische Visualisierung einbringen.

Konzentration auf drei historische Beispiele;
Thema Klasse 9.



Quadrieren und Radizieren heute (1)

„Wird eine Zahl mit sich selbst multipliziert, so nennt man das **Quadrieren**.“

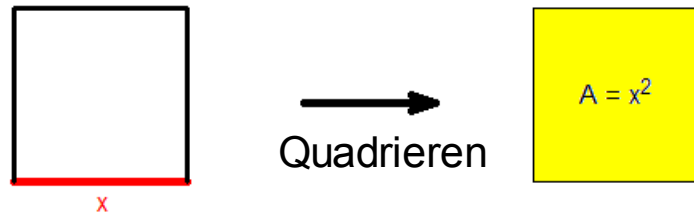
„Beim **Wurzelziehen** (oder Radizieren) ist eine nicht-negative Zahl gesucht, die beim Quadrieren die Ausgangszahl ergibt.“

Lambacher-Schweizer 9

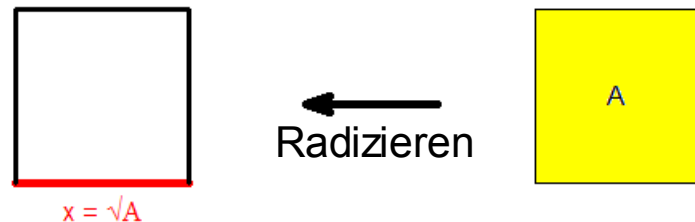
Leitidee: Zahl



Geometrische Grundvorstellung



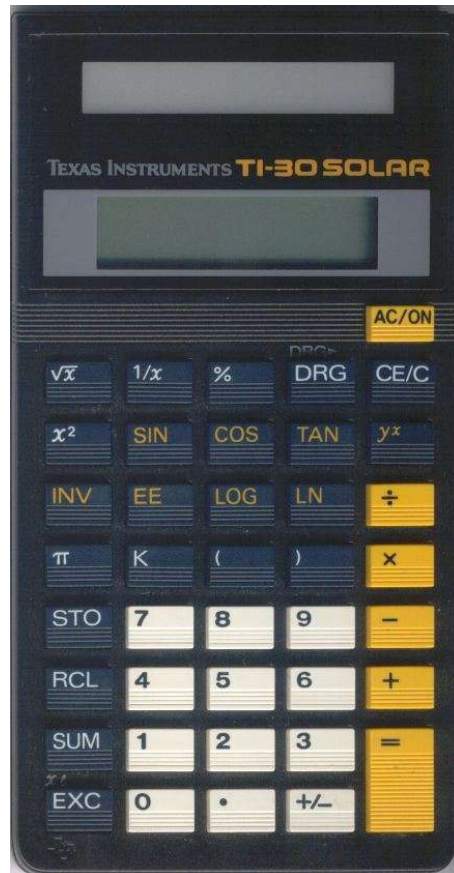
Umkehrung?



Leitidee: Raum und Form



Quadrieren und Radizieren heute (2)



Wie wird das berechnet?
Black Box!



Heron-Verfahren heute

Iterationsverfahren für \sqrt{A} :

$$x_{n+1} = \frac{x_n + \frac{A}{x_n}}{2}$$

Moderne *algorithmische* Sicht!

Folge von *Zahlen* $\langle x_n \rangle$.

Klassiker der Programmierung.



Heron-Verfahren historisch?

Geometrische Deutung eines Produkts $a \cdot b$
als Flächeninhalt eines Rechtecks.

Geometrische Idee des Heron-Verfahrens:
Ein Rechteck unter Beibehaltung des Flächen-
inhalts immer ‚quadratischer‘ machen.

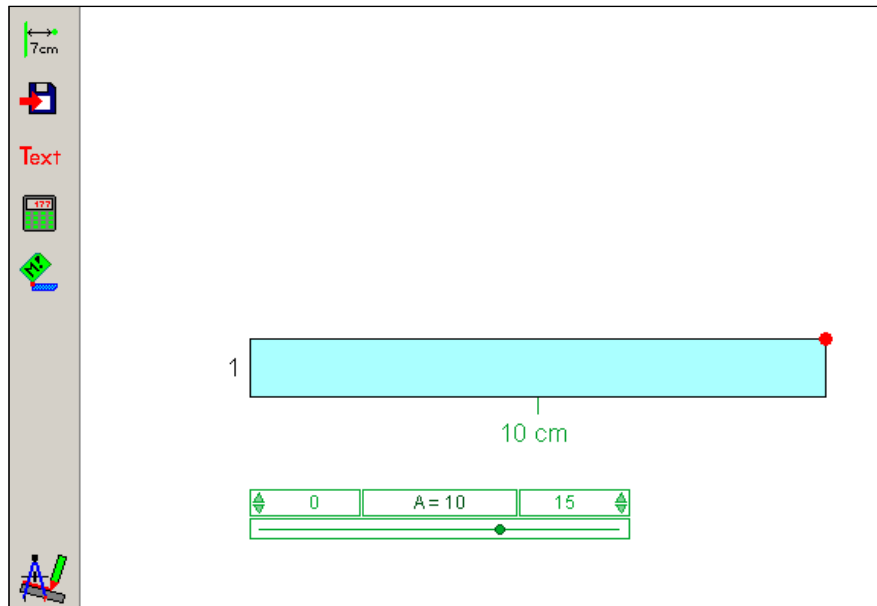
Folge von *Rechtecken* bzw.
von Paaren von *Rechtecksseiten*.

Geometrischer Algorithmus!



Heron-Verfahren visuell-dynamisch

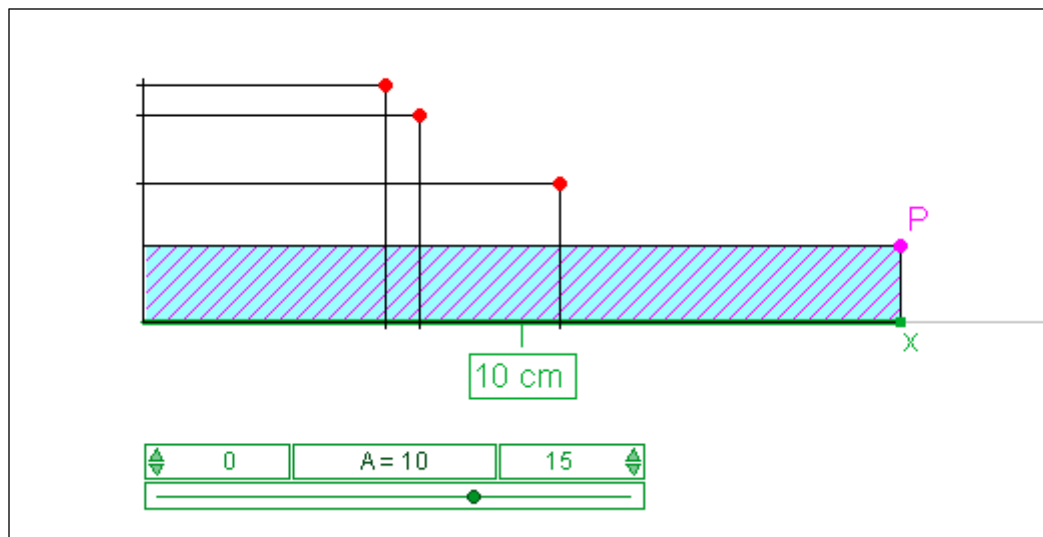
Berechnung von $\sqrt{10}$:



Erzeugung flächengleicher Rechtecke: Makro.



Funktionale Fragestellung

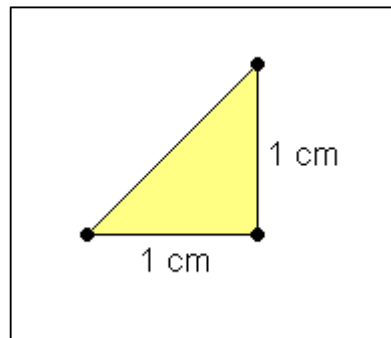


Auf welcher Linie liegen die 'roten' Eckpunkte ?
Dynamisierung liefert den Graphen von $y = A/x$.



Pythagoras und Wurzeln

Gleichschenkelig rechth. Dreieck mit Katheten 1 LE:
Hypotenuse = $\sqrt{2}$ LE.



Fortführung: Konstruktion von \sqrt{n} , $n \geq 2$.
Konstruktion von *Strecken*!



Wurzelziehen historisch (1)

Allgemeinerer Ansatz zum Wurzelziehen,
auch für nicht-ganzzahlige Zahlen?

Historische Sicht geometrisch (1):
„Zu zwei gegebenen Strecken die Mittlere
Proportionale zu finden.“

Euklid, Sechstes Buch, § 13

Strecken-Sichtweise,
Proportionen.

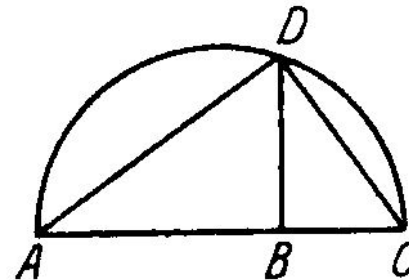


Fig. 56.



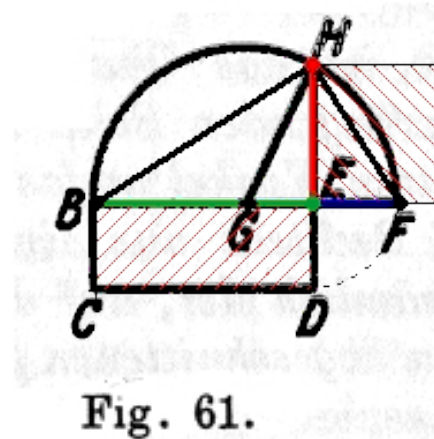
Wurzelziehen historisch (2)

Historische Sicht geometrisch (2):

„Ein einer gegebenen geradlinigen Figur
gleiches Quadrat zu errichten.“

Euklid, Zweites Buch, § 14

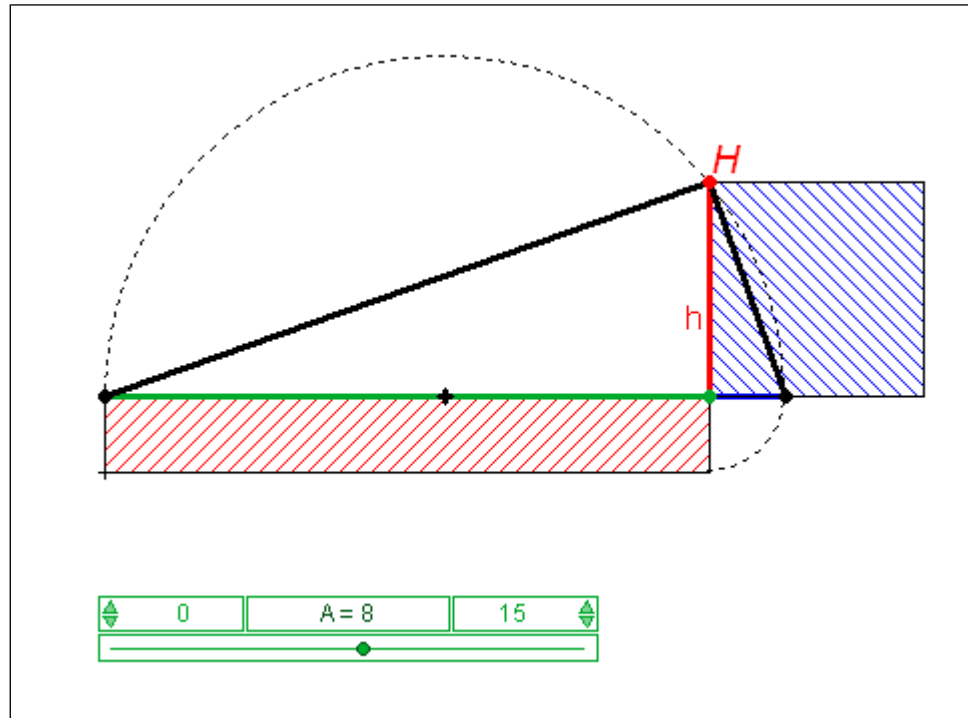
Höhensatz-Figur!



Flächen-Sichtweise, Flächengleichheiten.



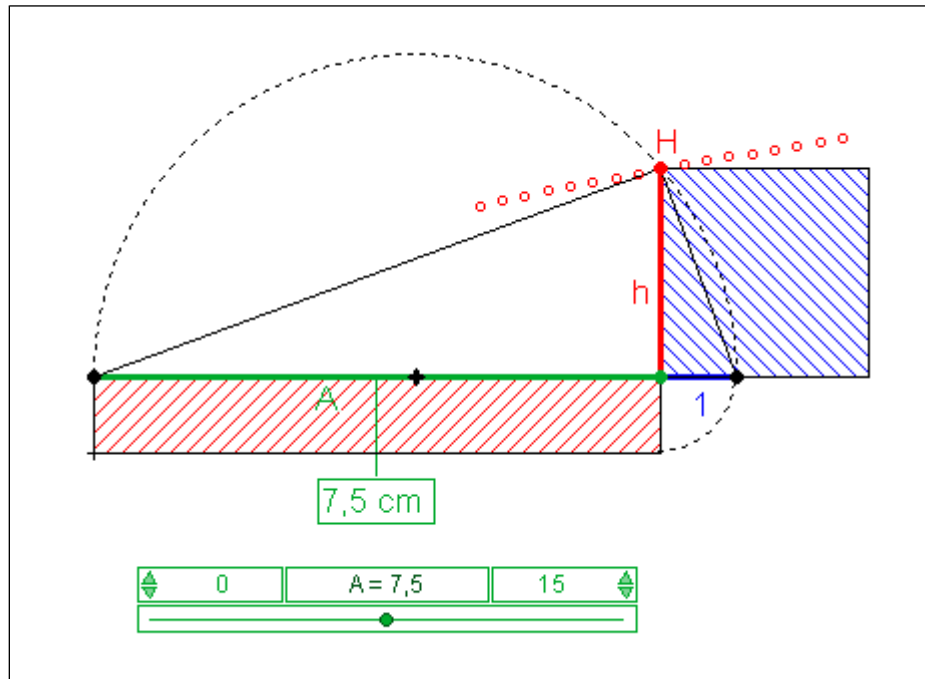
Höhensatz-Figur dynamisch



Geometrischer Zugang zur Wurzel, ohne Rechnen.



Funktionale Fragestellung



Auf welcher Linie bewegt sich H?

Dynamisierung liefert den Graphen von $y = \sqrt{x}$.



Fazit

Rückbesinnung auf den klassischen geometrischen Ansatz gibt Visualisierung, Verständnis und Einsicht in die Zusammenhänge.

Verbindung von Funktionen & Algebra mit Geometrie.

Geometrische Visualisierung eines Algorithmus‘.

Kulturgeschichtlich: Algorithmus als *Konstruktions-*verfahren.

Durch die Dynamik geeigneter Software kommen automatisch moderne funktionale Fragestellungen mit ins Spiel.



Literatur

Elschenbroich, H.-J. (2002): Geometrisches Wurzelziehen mit dem Heron-Verfahren. In: MNU 55/5

Elschenbroich/ Seebach (2003): Dynamisch Geometrie entdecken. Elektronische Arbeitsblätter mit Euklid-DynaGeo, Klasse 9, CoTec

Euklid: Die Elemente. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. Verlag Harri Deutsch

Lambacher-Schweizer 9 (2000). Klett Verlag



Kontakt

Hans-Jürgen Elschenbroich
Medienberatung NRW

*Medienzentrum Rheinland
Bertha-von-Suttner-Platz 3
40227 Düsseldorf*

 0211 89 98122

 elschenbroich@medienberatung.nrw.de

www.mathe-werkstatt.de